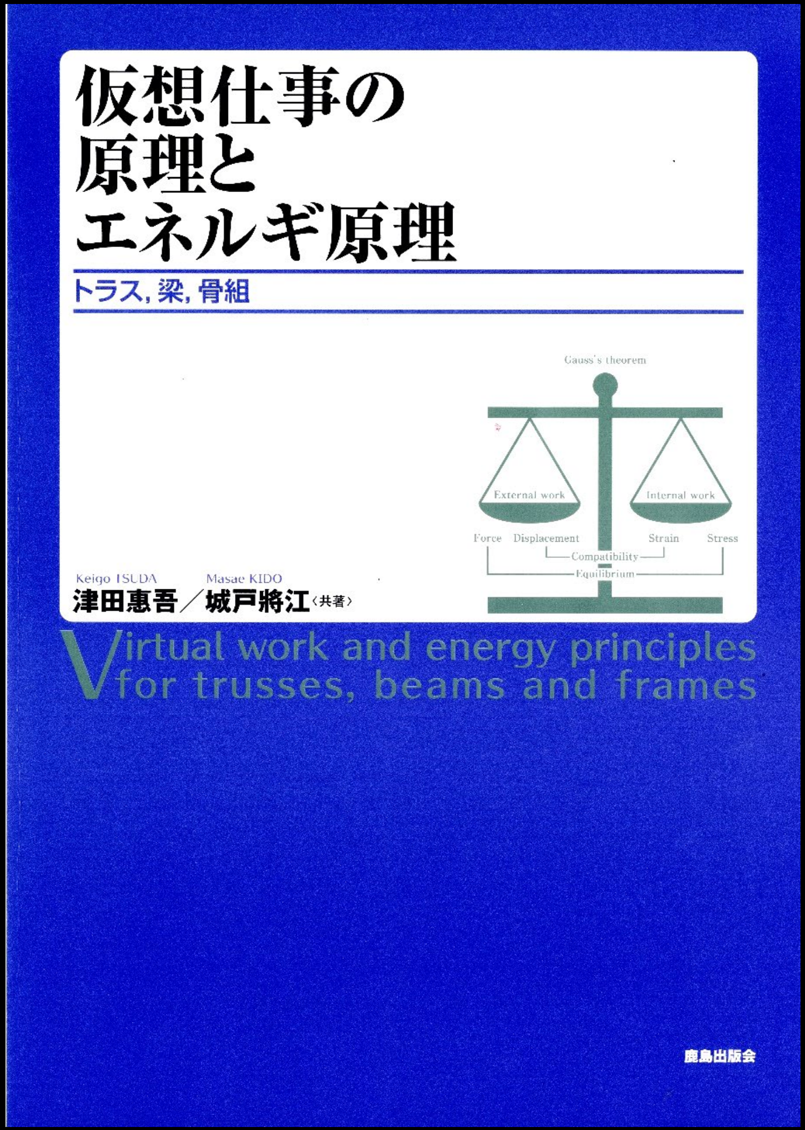
仮想仕事の原理

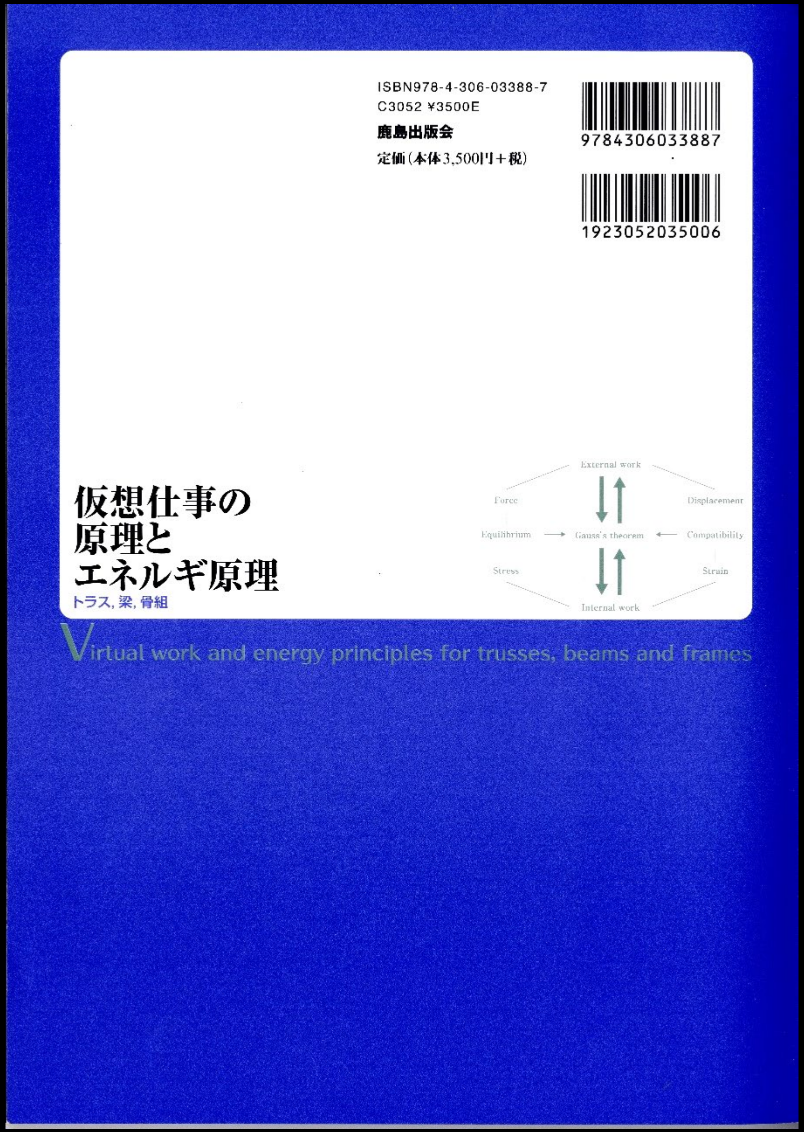
① 構造力学の"構造"

城戸將江・津田惠吾 2021.04

仮想仕事の原理とエネルギ原理 トラス，梁，骨組

鹿島出版会 2019年9月



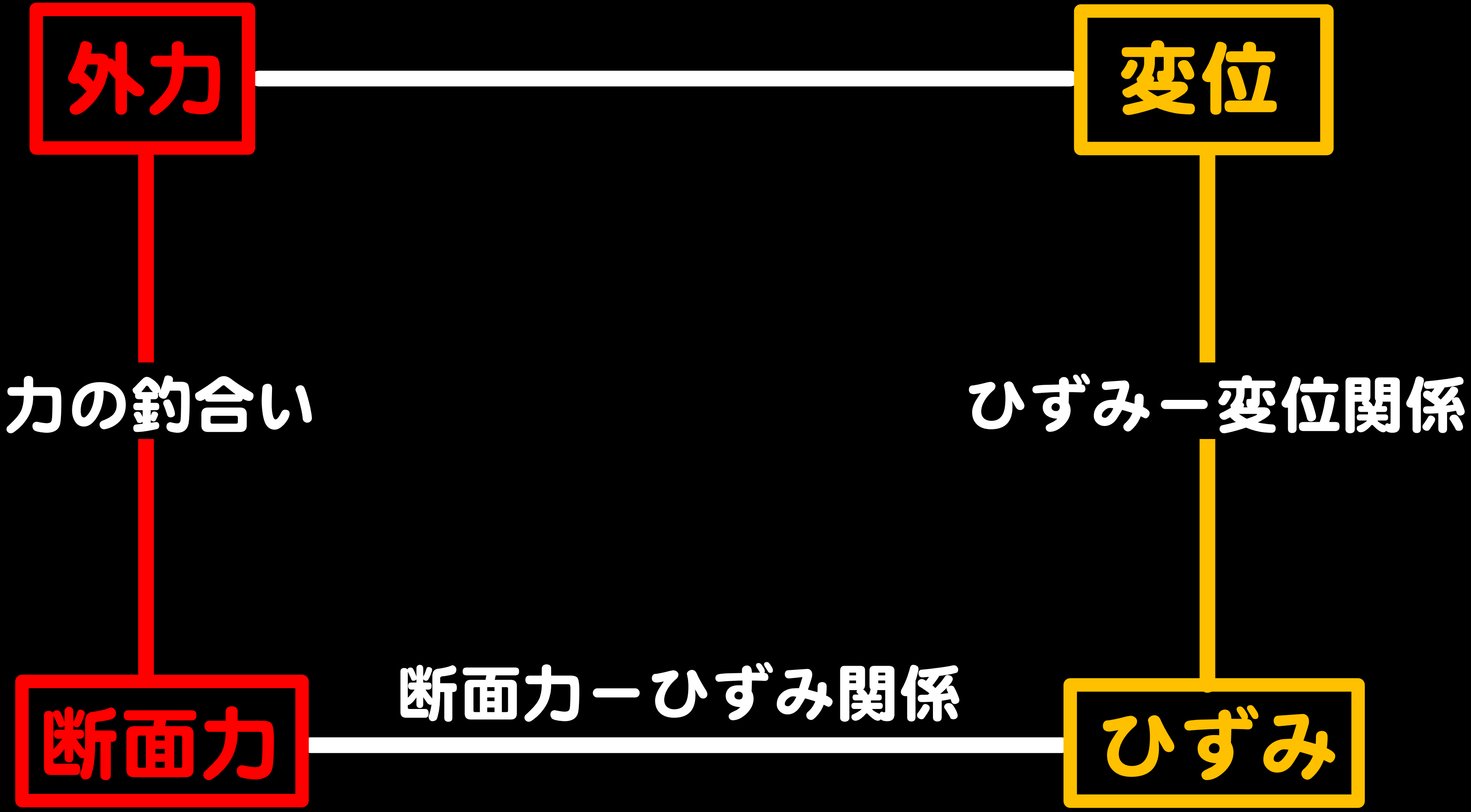


① 構造力学の"構造"
キーワード

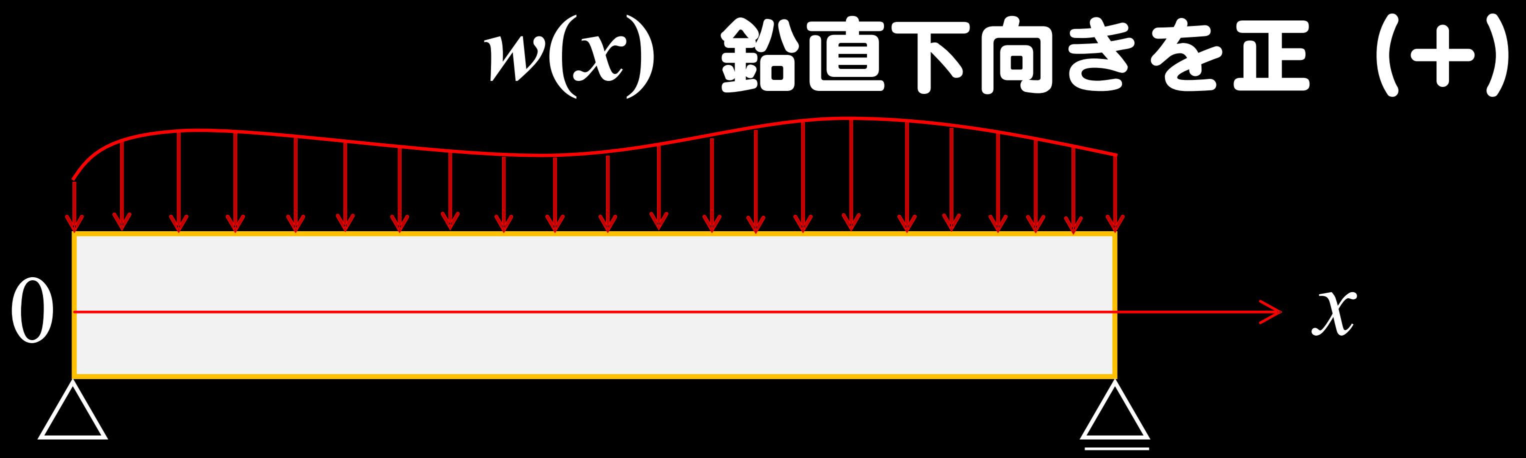
1) 荷重・外力
2) 変位（たわみ）
3) 断面力（応力，内力）
4) ひずみ（曲率）

5) 力の釣合い（外力-断面力の関係） 1) と3)
6) ひずみー変位関係　　4) と2)
7) 断面力ーひずみ関係 3) と4)
8) 外力ー変位関係 1) と2)
9) 境界条件（幾何学的，力学的）

概要

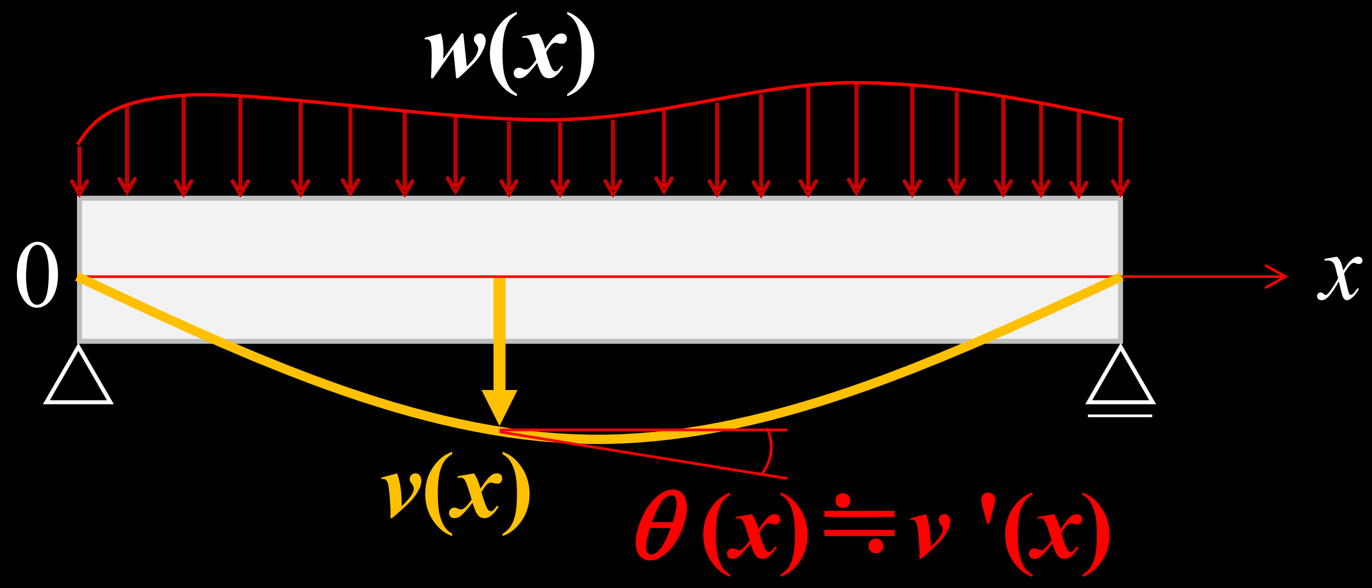


外力



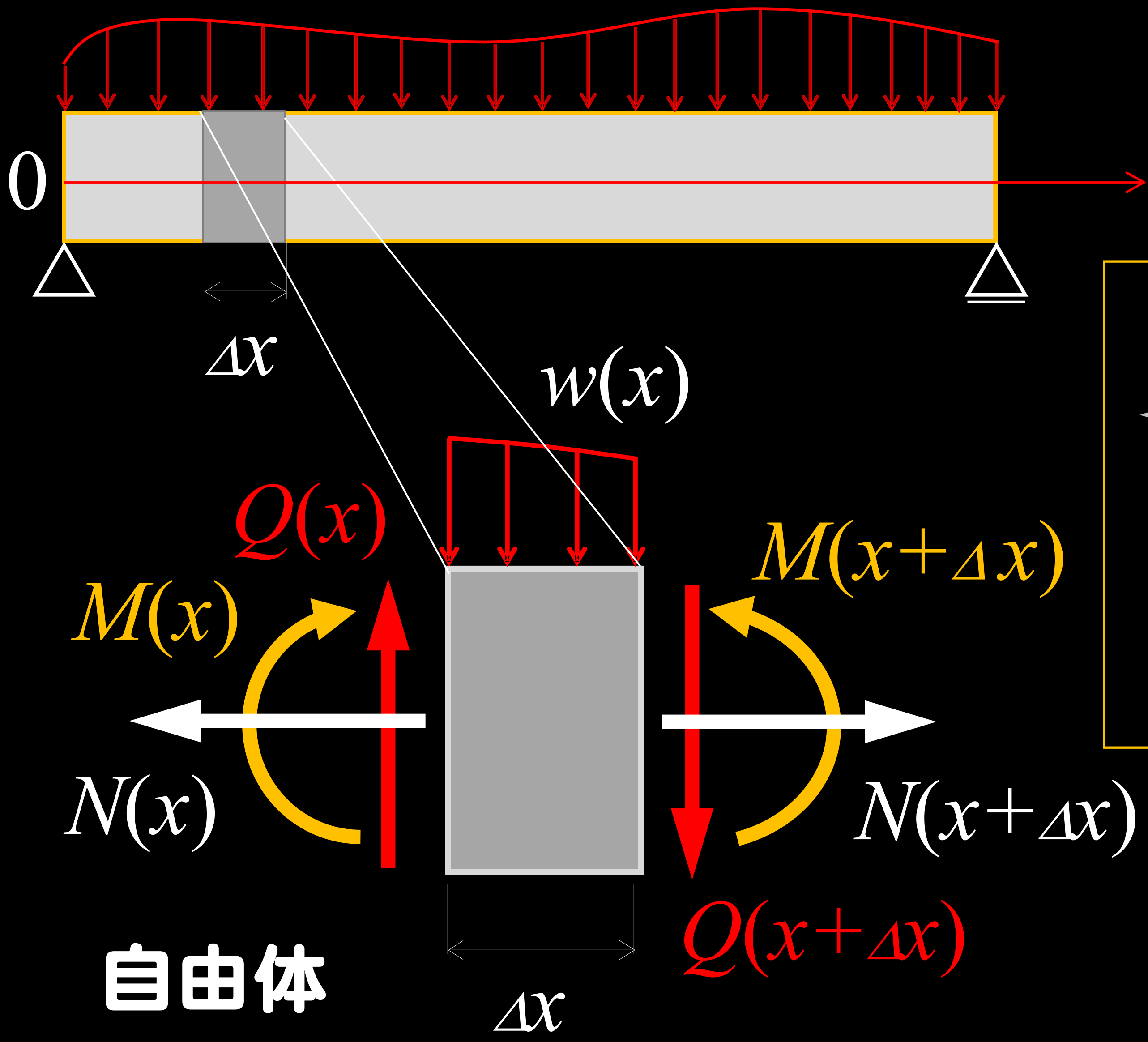
座標軸：左端を原点，材長方向にx軸
外力：分布荷重，集中荷重，モーメント荷重

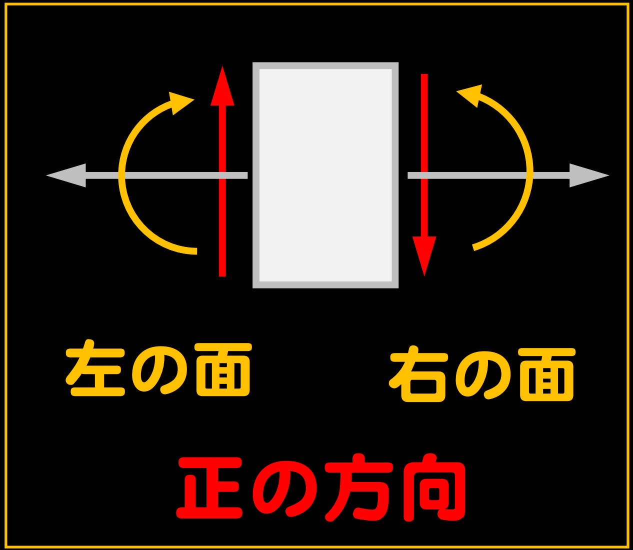
変位（たわみ，たわみ角）



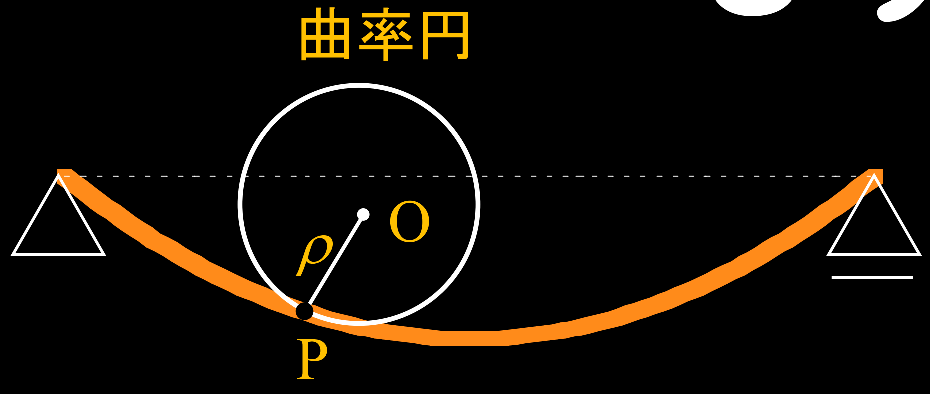
たわみ$v(x)$：鉛直下向きを正（+）

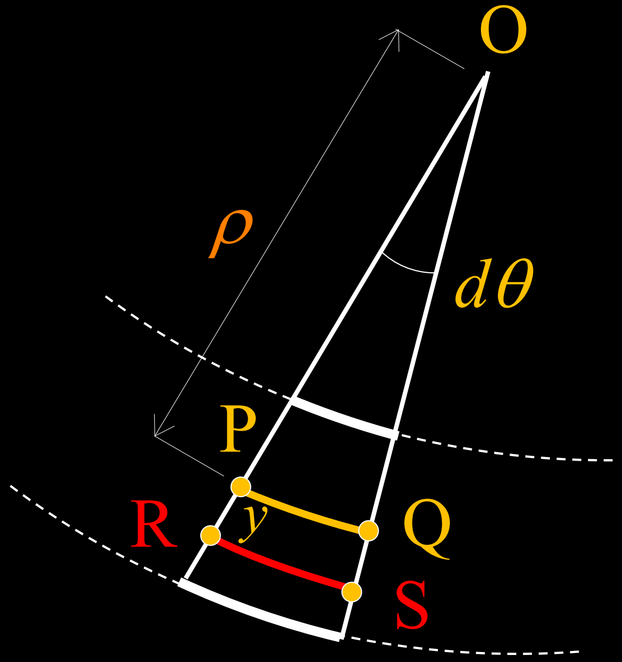
断面力（内力，応力）





ひずみ





yは材軸からの距離

ひずみεの定義

$$\varepsilon(y) \equiv \frac{\overset{\frown}{\mathrm{RS}} - \overset{\frown}{\mathrm{PQ}}}{\overset{\frown}{\mathrm{PQ}}}$$

$$= \frac{(\rho + y)d\theta - \rho d\theta}{\rho d\theta} = \frac{y}{\rho}$$

曲率ϕの定義 $\left(ds = \overset{\frown}{\mathrm{PQ}} = \rho d\theta\right)$

$$\phi(x) \equiv \frac{d\theta}{ds} = \frac{1}{\rho}$$

従って、$\boxed{\varepsilon = y\phi}$

yが単位(1)のときのひずみがϕ

曲率ϕをひずみと考えて良い

力の釣合い

外力と断面力の関係

1) 外力(分布荷重)$w(x)$と断面力(せん断力)Qの関係

$$\boxed{\frac{dQ(x)}{dx} = -w(x)}$$

2) 断面力(曲げモーメント)Mと断面力(せん断力)Qの関係

$$\boxed{\frac{dM(x)}{dx} = Q(x)}$$

3) 外力(分布荷重)$w(x)$と断面力(曲げモーメント)Mの関係

$$\boxed{\frac{d^2M(x)}{dx^2} = -w(x)}$$

ひずみ―変位関係

1） ひずみ（曲率） $\phi(x)$と変位（たわみ） $v(x)$の関係

$$\boxed{\phi(x) \equiv \frac{d\theta}{ds} \cong -\frac{d^2 v(x)}{dx^2} = -v''(x)}$$

ϕ：曲率
v ：たわみ

$\because \; \tan\theta(x) = v'(x) \;\; \Rightarrow \;\; \theta(x) \cong v'(x)$

$ds \cong dx$

断面力ーひずみ関係

1) 断面力(曲げモーメント)Mとひずみ(曲率)ϕの関係

$$\boxed{M(x) = EI\phi(x)}$$

E : ヤング係数
I : 断面2次モーメント
EI : 曲げ剛性

4つの量の間の関係式

外力

変位

$$\frac{d^2\left(-EIv''(x)\right)}{dx^2} = -w(x)$$

$$EIv^{\mathrm{IV}}(x) = w(x)$$

力の釣合い

ひずみー変位関係

$$\frac{d^2 M(x)}{dx^2} = -w(x)$$

$$\phi(x) = -v''(x)$$

断面力ーひずみ関係

断面力

ひずみ

$$M(x) = EI\phi(x)$$

$$M(x) = -EIv''(x)$$

境界条件

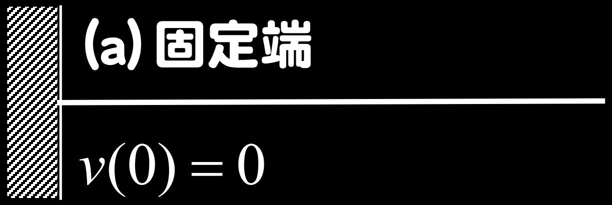
1） 幾何学的境界条件

構造的な支持条件を示した条件

固定端：たわみとたわみ角が0

ピン支点，ローラ支点：たわみが0

(a) 固定端



$v(0) = 0$

$v'(0) = 0$

(b) ピン支点

$v(0) = 0$ $\quad$ $v(l) = 0$

2） 力学的境界条件

境界での外力と断面力の釣合い条件

負の向きの$\overline{M}$

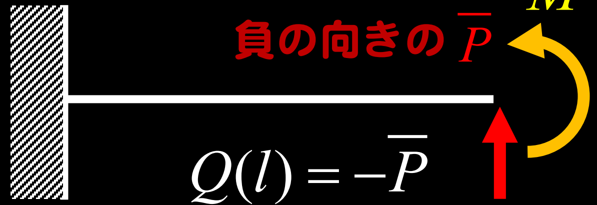
$x = 0$ $\quad$ $x = l$

$\overline{M}$

$M(0) = 0 \quad M(l) = -\overline{M}$

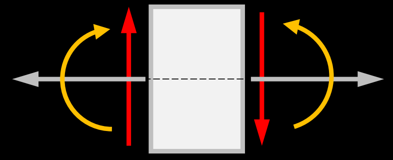
$\overline{M}$

負の向きの $\overline{P}$



$Q(l) = -\overline{P}$

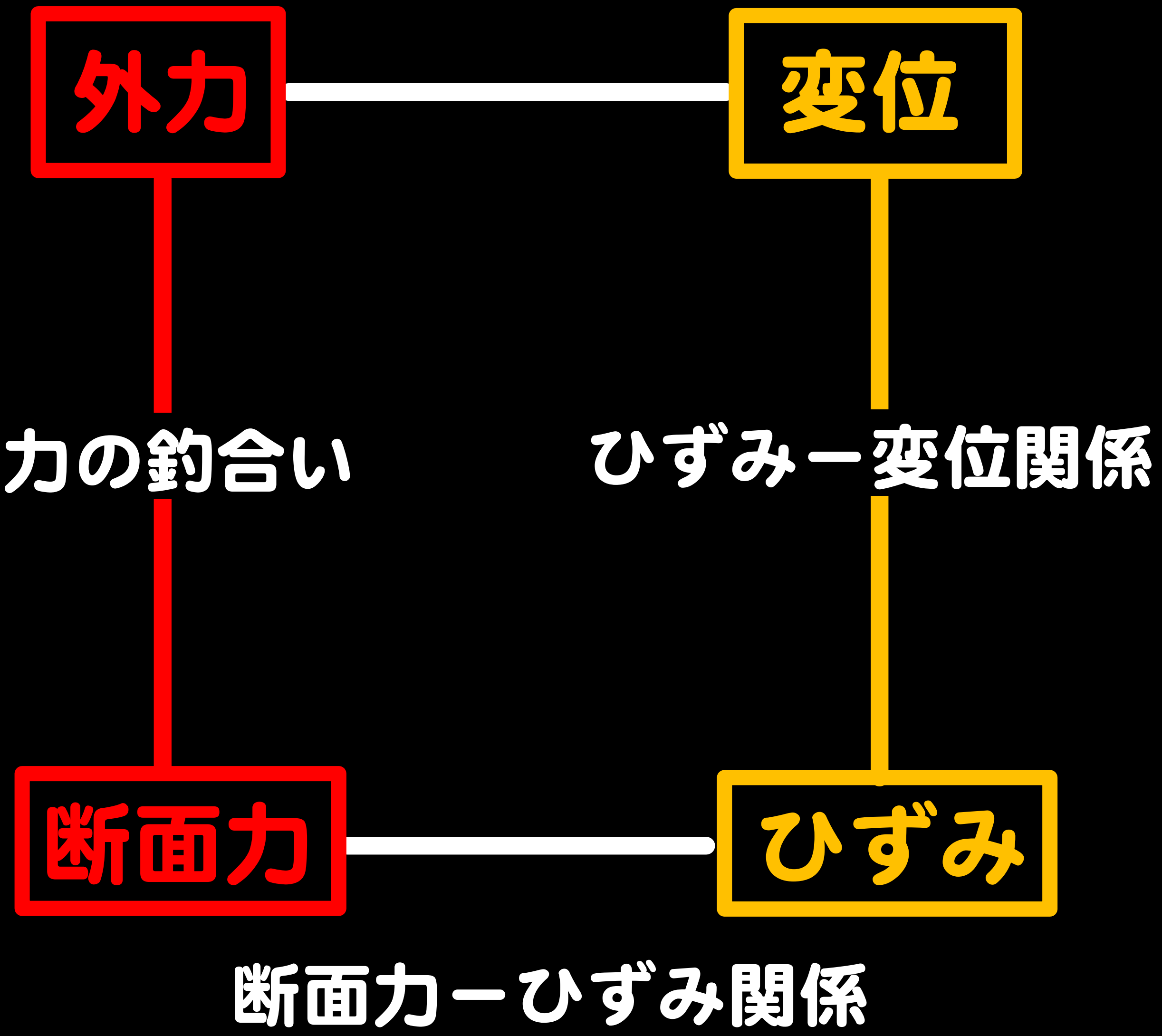
$M(l) = \overline{M} \quad \overline{P}$



左の面 $\quad$ 右の面

正の方向

まとめ



(1) 力の釣合い

$$\frac{dQ}{dx} = \frac{d^2 M(x)}{dx^2} = -w(x)$$

(2) ひずみー変位関係

$$\phi(x) = -v''(x)$$

(3) 断面力ーひずみ関係

$$M(x) = EI\phi(x) = -EIv''(x)$$

(4) 外力ー変位関係

$$EIv^{\mathrm{IV}}(x) = w(x)$$

(5) 境界条件

次の解説について

今回，解説した関係を用いた例題は，

②構造力学の"構造"例題

で解説します．

質問・要望・意見

よりわかりやすく，役に立つ内容にしたいと考えています．

質問，要望，意見などを，どうぞ宜しくお願い致します．

質問等の送付先は，ホームページに示しています．

2021年4月版